

Lycée secondaire :
Dar Chaabane El Fehri

DEVOIR DE CONTRÔLE
N°1

4^{ème} E.G 2 :
2019/2020

Prof : Fersi Med

Epreuve : Mathématiques

Durée : 1 heure 30 mn.



Nom

Prénom

Classe

Exercice 1 (2 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte. Laquelle ?

1- L'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ est : $A^{-1} = \begin{cases} \begin{pmatrix} -7 & -6 \\ -6 & -5 \end{pmatrix} & \square \\ \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} & \square \\ \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} & \square \end{cases}$

2- *Si une fonction f vérifie : pour tout x non nul $1 - \frac{1}{x} \leq f(x) - 1 \leq 1 + \frac{1}{x}$ alors

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \begin{cases} 0 & \square \\ 1 & \square \\ 2 & \square \end{cases}$$

Exercice 2 (3 points)

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

- 1) Calculer $M^2 - 2M$.
- 2) En déduire que M est inversible et déterminer sa matrice inverse.
- 3) Montrer que $(M - I_2)^2 = 2I_2$



Exercice 3 (7 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- 1- a) Exprimer le déterminant de la matrice A en fonction de α .
b) Déterminer les réels α pour lesquels la matrice A est inversible.
- 2- Dans la suite on prend $\alpha = 2$ et on considère la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$
 - a) Calculer le déterminant de la matrice A .
 - b) Calculer la matrice $A \times B$.
 - c) En déduire A^{-1} la matrice inverse de A .
- 3- Lors d'une excursion organisée, un bus emporte 70 voyageurs dont : des hommes mariés chacun accompagné de sa femme, 5 hommes célibataires non accompagnés et des enfants. Pour les frais de transport chaque homme paye 20 dinars, chaque femme paye 20 dinars et chaque enfant paye 10 dinars. Le montant total payé est 1250 dinars.

On appelle x le nombre d'hommes (mariés ou non), y le nombre de femmes et z celui des enfants.

- a) Montrer que x, y et z vérifient le système : (S) :
$$\begin{cases} x + y + z = 70 \\ 2x + 2y + z = 125 \\ x - y = 5 \end{cases}$$
- b) Donner l'écriture matricielle de (S)
- c) Déterminer alors le nombre d'hommes, le nombre de femmes et celui des enfants.

Exercice 4 (8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2(\sqrt{x+1}-1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. Calculer $f(-1), f(0)$ et $f(3)$.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Montrer que f est continue en 0.
4. On suppose que f est strictement croissante sur $] -\infty ; 0]$.
 - a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.
 - b) Vérifier que $-0,7 < \alpha < -0,6$.
 - c) Donner le signe de $f(x)$ sur $] -\infty ; 0]$.
 - d) Montrer que $\alpha = -\frac{1}{\alpha^2+1}$